

TORRETI, Roberto

*Philosophy of Geometry from Riemann to Poincaré*

D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1978, págs. xiv+459.

Las exposiciones habituales de la Historia de la Geometría suelen articularse en torno al largo tramo histórico dominado por el sistema euclídeo y las ramificaciones negativas (no-euclídeas) que en el siglo XIX dieron lugar a la eclosión de las distintas "Geometrías". A ello se añade una segunda vía que, procedente del cultivo de la Geometría Proyectiva, conduce hasta la formulación por Klein de la clasificación de las geometrías en términos de los grupos de transformaciones que las definen. Con ello se desarrolla el esquema bipartito que podría llamarse de "los dos cursos históricos" de la Geometría: el curso determinado en torno a la oposición "euclídeo/no-euclídeo" y el configurado por las frecuentemente llamadas por los tratadistas "geometrías independientes o laterales" (Geometría Proyectiva, Topología...). Claro está, el problema de una Historia de la Geometría no se agota en indicar esta dualidad de cursos, sino que impone también mostrar cómo se realizó de hecho este esquema binembre a lo largo del siglo XIX, en sus entrelazamientos internos —en sus incommensurabilidades incluso— que constituyeron el horizonte de la Geometría moderna. Aun más, cuando esa Historia se desarrolla desde un punto de vista filosófico, debe incluir, por ello mismo, las conexiones de dichos desarrollos con la idea ambiente de "espacio" que históricamente tiene lugar en la confluencia de las ciencias —especialmente la Física— con la Geometría, y de ésta con las teorías filosóficas acerca del espacio. Una historia filosófica de la Geometría que incluya tales referencias tiene la amplitud suficiente y el punto de enfoque justo para ser una Historia de la "Filosofía de la Geometría". En este sentido el libro de Torreti cumple a cabalidad con la descripción anterior y su título resulta exacto.

Sería imposible detenerse, dentro del marco de una reseña, en las ejecuciones particulares de lo que caracteriza a esta obra: la investigación histórica cuidada, la exposición rigurosa de los temas y la perspectiva crítica desde la cual ha sido realizada. Pero pueden decirse, en cambio, algunas palabras acerca de cada uno de estos rasgos. La investigación histórica destaca por la utilización directa de las fuentes en que se materializa la Geometría del siglo XIX, pero no menos por la propia selección del material histórico que constituye, según expresión del autor, un "repasso crítico" y, por ello mismo, supone la utilización de criterios de relevancia. A este respecto podría decirse que Torretti consigue el difícil equilibrio entre la tentación erudita y el defecto de la esquematización. Basta con leer los análisis de los textos comentados para convencerse de ello. Por lo que se refiere a la exposición, no encontramos aquí la usual repetición resumida de los temas, sino una verdadera *exposición*, en cuanto los asuntos tratados adquieren una nueva luz, en virtud de su contextualización teórica. Esta contextualización adquiere en la obra de Torretti dos formas principales: la *histórica*, que resulta de integrar los resultados de la investigación en horizontes temáticos de intelección (influencias, discrepancias, simultaneidades involuntarias) y la *sistemática*, la reexposición de los temas geométricos a partir de los formalismos matemáticos actuales que, sin ceder a ningún tipo de "ilusión retrospectiva", permiten entender con mayor precisión las ideas en ellos expuestas. El conocimiento matemático de que hace gala el autor es realmente admirable, sin que por ello el libro resulte en absoluto recargado. Finalmente, la perspectiva crítica que caracteriza a esta obra no resulta sin más de aplicar desde fuera al material unos criterios propios del autor —que éste, sin duda, con toda legitimidad posee— sino, principalmente, de la conexión entre la investigación histórica

y la exposición sistemática en el sentido anterior. Ambas perspectivas hacen brotar las disparidades, insuficiencias, berruntos y desajustes en y entre las diversas teorías estudiadas, dando lugar así a una crítica interna primaria, a partir de la cual es posible hacer la crítica general sin riesgo de arbitrariedad.

El libro se divide en cuatro capítulos y un apéndice. El capítulo I ofrece un trasfondo histórico anterior a la eclosión geométrica del siglo XIX; en este capítulo se desarrolla la problemática geométrica que va desde la Grecia clásica hasta la Geometría analítica cartesiana; sobresale aquí, entre otros muchos aciertos, una oportuna clarificación que muestra el desacuerdo entre la teoría aristotélica de la ciencia y la sistematización euclídea. El capítulo 2, titulado "Geometrías no-euclídeas", constituye el tratamiento de los "dos cursos históricos" de la Geometría en tres apartados: el primero recorre el curso "euclídeo/no-euclídeo", mostrando la constitución de las geometrías no-euclídeas como un proceso de generación que cabría muy bien caracterizar, con expresión hegeliana, de "negación determinada" del sistema euclídeo mismo; el segundo apartado describe una trayectoria que va de la teoría de curvaturas y superficies hasta la teoría de las variedades de Riemann; el tercero, finalmente, atraviesa el "segundo curso" que, a partir de los desarrollos de la Geometría Proyectiva, conduce hasta la formulación del "Programa" de Klein con su pretensión de sistematizar y clasificar exhaustivamente las diversas geometrías. Quizás lo más acertado de este capítulo, aparte de la excelente exposición matemática y del comentario filosófico, sea que muestra el carácter artificioso del esquema de "los dos cursos", los cuales sólo adquieren consistencia histórica cuando aparecen vinculados por nexos esenciales dados en el desarrollo de las geometrías intrínsecas y en la teoría de las variedades (sobre cuya exposición en la obra merece la pena detenerse más de una vez). Con ello se logra superar el carácter meramente *genealógico* del paradigma de "los dos cursos históricos", que se limita a señalar la aparición de los *elementos* que sirven de contenido a la revolución geométrica, sin proporcionarnos al mismo tiempo la *génesis* histórica real, el proceso de totalización por el cual dichos elementos pasan a ostentar el papel de términos funcionalmente conexos en un sistema siempre sujeto a rectificación, en virtud de las recurrentes racionales del pensamiento matemático. El capítulo 3 se dedica al tema de los *fundamentos* de la Geometría, en dos apartados. El primero trata del intento de fundamentación "fáctica" de Helmholtz y de las teorías de los grupos de Lie y de Hilbert; el segundo abunda una vez más en los proyectos de axiomatización de la Geometría (Pasch, Peano, Hilbert,...). Los tratados habituales enfatizan sobre todo el tema del segundo apartado, por lo cual es un mérito de Torretti haberse detenido también en los detalles del primero. El capítulo 4 trata de las conexiones de los distintos sistemas geométricos, y de los conceptos de espacio determinados por ellos, con el espacio físico (el llamado "problema de la verdadera geometría") y toma forma en torno a tres coordenadas epistemológicas denominadas por Torretti "empirismo", "apriorismo" y "convencionalismo". Bajo estas rúbricas se evocan los nombres clásicos, pero también otros menos frecuentados como Ueberweg, Calinon y Delboeuf. Merece comentario por separado el análisis de los "Fundamentos de la Geometría" (1897) de Russell y la exposición del convencionalismo de Poincaré: en ambos casos despeja el autor confusiones no por muy reiteradas menos insostenibles y logra establecer las bases para nuevas formulaciones (especialmente en el análisis de los axiomas de Russell y en la crítica de la interpretación de Black acerca del convencionalismo de Poincaré). El libro finaliza con un apéndice que presenta sucintamente las bases matemáticas necesarias para su lectura: aplicaciones, estructuras algebraicas, topologías, variedades diferenciables, cuya lectura detenida debe ser suficiente para una buena comprensión global del libro. A pesar de ello, el autor ha tomado la precaución de indicar ciertos pasajes excesivamente técnicos para el lector medio, que pueden omitirse sin que se

resienta la continuidad de la lectura.

El libro de Torretti concluye antes de que la utilización por Einstein de la Geometría de Riemann en su teoría de la gravitación renovase la preocupación filosófica por el tema. Pero la trayectoria que va de entonces a la actualidad habrá de beneficiarse de otro volumen prometido por el autor, del que cabe esperar la misma calidad, y que el lector bien dispuesto hacia estos temas recibirá seguramente con el mismo interés que éste, que desde su publicación constituye una obra de consulta imprescindible para la Historia y la filosofía de la Geometría.

Juan Ramón ALVAREZ

### ALARCOS LLORACH, Emilio , *Estudios de Gramática Funcional del Español,*

Segunda edición aumentada, Gredos, Madrid, 1978, 354 págs.

La aparición en el verano de 1979 —aunque el libro tenga el depósito legal en 1978— de esta segunda edición de los conocidos *Estudios de Gramática Funcional del Español* del prof. Alarcos Llorach nos brinda una buena ocasión no sólo para reseñar su aparición sino también para reflexionar sobre los estudios gramaticales acerca del español.

El libro del profesor Alarcos, que apareció hace diez años, en los que ha tenido además dos reimpressiones, fue en su momento un revulsivo en las aulas universitarias y útil complemento de las clases para quienes hemos tenido la suerte de escuchar sus lecciones. En efecto, esta recopilación de estudios gramaticales constituía la más amplia y genuina aplicación de los principios de la lingüística estructural europea a la descripción del español. El propio Alarcos en el prefacio señala explícitamente que sus investigaciones coinciden en su metodología con los puntos de vista de Hjelmslev, Jakobson y Martinet. A nuestro juicio, el esquema estructural que subyace en las investigaciones del prof. Alarcos Llorach enlaza primordialmente por su rigor y claridad con los planteamientos hjelmslevianos —no en vano el libro está dedicado “a la memoria de Louis Hjelmslev”—, si bien desprovistos de la esotérica nomenclatura glosemática.

Por otra parte, el prof. Alarcos ha mostrado con estos *Estudios..* que el rigor de la teoría no está reñido con la investigación empírica, aunque en ésta las dificultades prácticas sean muchas; muy al contrario, como demuestra su meridiana claridad en la exposición de los conceptos y de los pasos deductivos. A este respecto, la gramática funcional que él construye no se queda en las puras relaciones formales, el álgebra de la lengua, sino que aborda la descripción de las sustancias conformadas, como el propio Alarcos señala expresamente: “... no hay más remedio que describir los morfemas con referencia a la sustancia, por general o abstracta que ésta sea, sin olvidar que no es la sustancia real la que condiciona la forma de contenido, sino al contrario es ésta la que configura, ordena la sustancia real” (pág. 260).

Este anclaje de los *Estudios..* en el más genuino estructuralismo europeo podría ser interpretado en una primera y superficial aproximación como un corte en la tradición aca-